Les nombres complexes - Représentation géométrique des nombres complexes

Notes rédigées par Laurent ZIMMERMANN

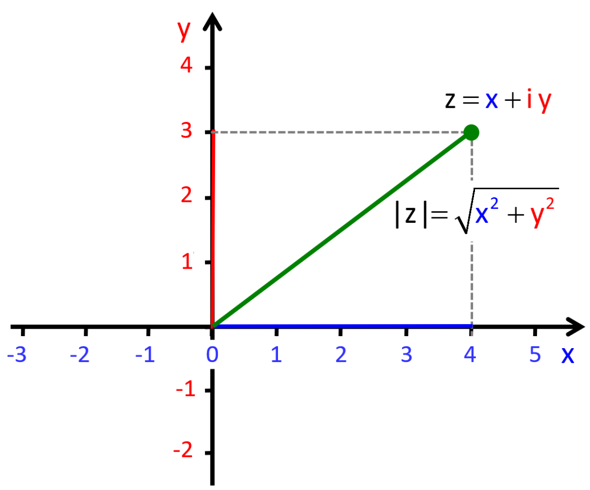
Résumé Première approche de la représentation géométrique des nombres complexes dans le plan de Gauss.

Vidéo https://clipedia.be/videos/representation-geometrique-des-nombres-complexes

Cette séquence exploite plusieurs définitions et règles vues précédemment. Il est nécessaire de les avoir présentes à l'esprit.

Résumé

- Le plan de Gauss est un plan muni d'un repère cartésien dont l'axe des abscisses est la droite réelle $\mathbb{R}$ et dont l'axe des ordonnées est la droite imaginaire $\mathbb{I}$.
- Tout nombre complexe $z = x + i\,y$ peut y être représenté par un point de coordonnées $(x, y) \equiv (\mathrm{Re}\,z, \mathrm{Im}\,z)$.
- Il peut aussi être représenté par le vecteur position de ce point. La longueur de ce vecteur est le module du nombre complexe.



- Il existe une grande similitude entre l'addition algébrique de vecteurs et celle de nombres complexes :
  - vecteurs :
  $$(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$$
  - complexes :
  $$(x_1 + i\, y_1) + (x_2 + i\, y_2) = (x_1 + x_2) + i\,(y_1 + y_2)$$

  la seule différence tenant dans la notation (virgule dans un cas, addition imaginaire dans l'autre).
- La représentation des nombres complexes dans le plan de Gauss étend cette similitude à leurs additions géométriques : dans les deux cas la somme s'obtient en reportant les vecteurs à la suite les uns des autres (construction d'un parallélogramme ou d'un polygone).
- Dans le plan de Gauss, tous les nombres complexes ayant le même module forment un cercle centré en l'origine.
- Un nombre complexe z et son opposé $-z$ se trouvent diamétralement opposés sur ce cercle. Ils sont disposés symétriquement par rapport à l'origine.
- Un nombre complexe z et son conjugué z^* sont symétriques par rapport à l'axe des réels $\mathbb{R}$ (axe des abscisses x).
- Les points qui représentent un nombre complexe et ce nombre complexe multiplié par un réel se trouvent sur la même droite passant par l'origine (les vecteurs qui les représentent sont superposés).