

# Les nombres complexes - Forme polaire des nombres complexes

Notes rédigées par Laurent ZIMMERMANN

**Résumé** Explication de l'écriture des nombres complexes sous forme polaire.

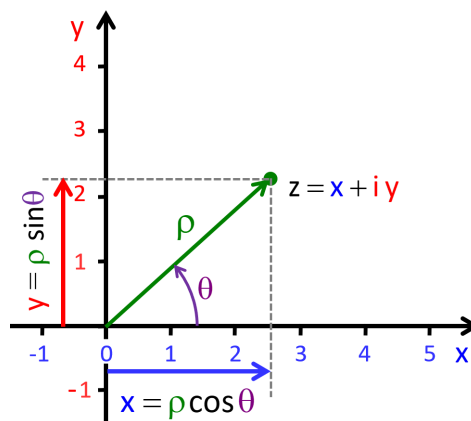
**Vidéo** <https://clipedia.be/videos/forme-polaire-des-nombres-complexes>

Cette séquence exploite plusieurs définitions et règles vues précédemment. Il est nécessaire de les avoir présentes à l'esprit.

La forme polaire est une autre manière d'écrire les nombres complexes. Elle met à profit leur représentation polaire.

## Résumé

- Nous avons vu qu'un nombre complexe  $z$  peut être représenté dans le plan de Gauss soit par un point, soit par un vecteur (le vecteur position de ce point). Ce point ou ce vecteur est entièrement caractérisé par ses coordonnées cartésiennes  $x$  et  $y$  :
  - ◇  $x$  est la partie réelle de  $z$ ;
  - ◇  $y$  est la partie imaginaire de  $z$ .
- Il peut aussi être entièrement caractérisé par ses coordonnées polaires  $\rho$  et  $\theta$  :
  - ◇  $\rho$  est le module de  $z$  (longueur de ce vecteur);
  - ◇  $\theta$  est l'argument de  $z$  (angle entre la droite des réels et ce vecteur).



- Les relations suivantes relient les coordonnées cartésiennes et polaires :

$$\begin{cases} x = \rho \cos \theta \\ y = \rho \sin \theta \end{cases} \quad \begin{cases} \rho = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta = \arctan \frac{y}{x} \end{cases}$$

Lors de l'emploi de la fonction arctan il faut veiller à choisir le quadrant correct pour  $\theta$  en ajoutant éventuellement un demi-tour ( $180^\circ$  ou  $\pi$  rad), selon les signes des  $x$  et  $y$ .

- Un nombre complexe peut dès lors s'écrire indifféremment sous forme cartésienne ou sous forme polaire :

$$z = x + i y = \rho(\cos \theta + i \sin \theta)$$

- La formule d'Euler ( $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ ) est présentée dans la vidéo consacrée à la fonction exponentielle imaginaire (voir la série de vidéos traitant de la fonction exponentielle). Grâce à elle, un nombre complexe peut s'écrire d'une troisième manière, exploitant également les coordonnées polaires :

$$z = \rho e^{i\theta}$$

**Vidéo** <https://clippedia.be/videos/la-fonction-exponentielle-imaginaire>

